

MATEMATICA III

CORSO DI LAUREA IN STATISTICA, ECONOMIA, FINANZA E ASSICURAZIONI
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA
A.A. 21/22

DOCENTE: DOTT. GIULIO GALISE

Cognome e nome:

Numero di matricola:

Prova scritta del 07.09.2022

Esercizio 1 (7 punti). Determinare l'insieme S di definizione della funzione

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2} \log(4 - x^2)}{y - 2}.$$

Dire, senza giustificare la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- S è aperto;
- S è chiuso;
- S è convesso.

Indicare, senza giustificare, la parte interna $\overset{\circ}{S}$ e la chiusura \overline{S} dell'insieme S

$$\overset{\circ}{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad \quad \quad \}$$

$$\overline{S} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \quad \quad \quad \}.$$

Esercizio 2 (8 punti). Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^3 \sin(x^2)}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

risulta¹ :

- continua in $(0, 0)$;
- derivabile in $(0, 0)$;
- differenziabile in $(0, 0)$.

¹Può essere utile la disuguaglianza $|\sin(x)| \leq |x|$ per ogni $x \in \mathbb{R}$

Esercizio 3 (9 punti). Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + 3y$$

sulla circonferenza di centro l'origine e raggio 2.

Determinare poi

$$\inf_S f, \quad \sup_S f,$$

essendo

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\},$$

e stabilire se si tratta di massimo e minimo assoluti in S .

Esercizio 4 (8 punti). Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_T \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$$

dove T è il trapezio di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(3, 0)$, $(3, 3)$.